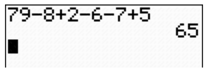
1 Tot 1985 nam het aantal alleenstaanden steeds sneller toe, vanaf 1990 steeds langzamer.

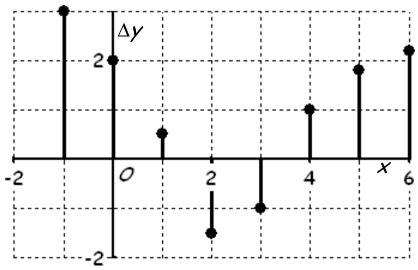
2a $\langle -3, 2 \rangle$ en $\langle 6\frac{1}{2}, 9 \rangle$. 2b $\langle 2, 4 \rangle$. 2c $\langle 4, 5 \rangle$. 2d $\langle 5, 6\frac{1}{2} \rangle$.

3 $79 - 8 + 2 - 6 - 7 + 5 = 65 \Rightarrow$ in 2004 kwamen 65 000 nieuwbouwwoningen gereed.



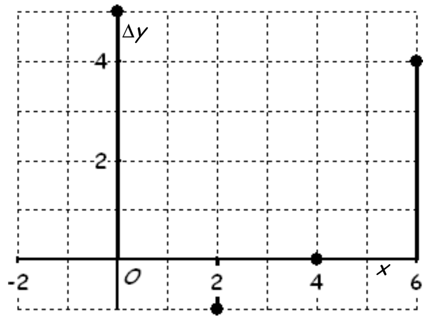
4a Maak eerst een tabel van de toenamen Δy met $\Delta x = 1$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-3	0	2	2,5	1	0	1	2,8	5
Δy	---	3	2	0,5	-1,5	-1	1	1,8	2,2



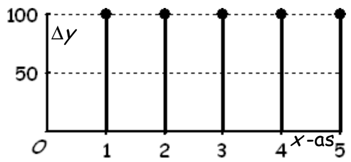
4b

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-3	0	2	2,5	1	0	1	2,8	5
Δy	---	---	5	---	-1	---	0	---	4



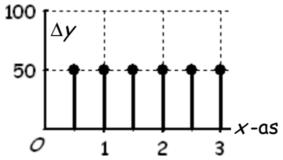
5a

x	0	1	2	3	4	5
y	100	200	300	400	500	600
Δy	---	100	100	100	100	100



5b

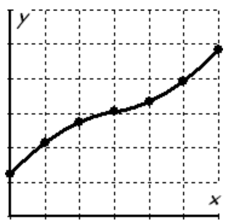
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	100	150	200	250	300	350	400
Δy	---	50	50	50	50	50	50

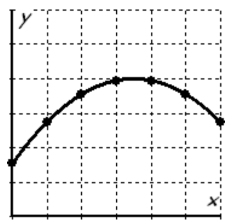


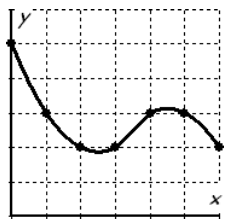
5c De lijnstukjes zijn allemaal gelijk. (zie de toenamediagrammen van 5a en 5b)

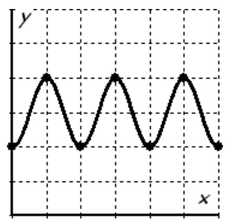
5d De lijnstukjes hebben dan de lengte nul. (de punten die de toenamen aangeven liggen op de x-as)

6a constante daling. 6b afnemende stijging. 6c toenemende stijging. 6d toenemende daling.

7a


7b


7c


7d


8a Van $x = 0$ tot $x = 1$ is de Δy (de toename van y) $= 1 \Rightarrow y(1) = y(0) + 1 = -3 + 1 = -2$.

8bc Teken zelf een of andere grafiek door de (vaste) punten $(0, -3)$, $(1, -2)$, $(2, 0)$, $(3, 1)$, $(4, 5)$, $(5, 7)$ en $(6, 8)$.

9a Om 5:00 (uur) 2 °C, op [4, 5] is $\Delta T = -0{,}5 \Rightarrow$ om 4:00 was het 2,5 °C.
Op [3, 4] is $\Delta T = -2 \Rightarrow$ om 3:00 was het 4,5 °C.
Teken een grafiek door de punten $(t,\ T)$ uit de tabel hiernaast.

9b Maak een toenamediagram met de toenamen uit de rij hiernaast.

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T	4,5	2,5	2	1	1	1,5	3,5	4,5	5,5
ΔT	---	-2	-0,5	-1	0	0,5	2	1	1
ΔT	---	---	-2,5	--	-1	---	2,5	---	2

9c Verdeel de toenamen per uur over de twee halve uren. (bijvoorbeeld elk half uur de helft van het hele uur)
Maak daarna zelf het toenamediagram dat hoort bij de door jou gekozen (halfuurse) toenamen.

10a Links van een maximum zijn de toenamen positief (grafiek stijgt) en
rechts van een maximum zijn de toenamen negatief (grafiek daalt).

10b Zie het toenamediagram van opgave 4a hierboven.

11 De toenamen (in de rechter kolom) worden steeds kleiner.
Hij houdt er geen rekening mee dat de perioden (in de linkerkolom) ook steeds kleiner worden (100, 30 ,20 en 10 jaar).

12a De gemiddelde toename van y op $[2,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$.

12b Het differentiequotiënt van y op $[2,6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

12c Het differentiequotiënt van y op $[-3,0]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-1}{0--3} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$.

12d Het differentiequotiënt van y op $[-3,2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-1}{2--3} = \frac{0}{5} = 0$.

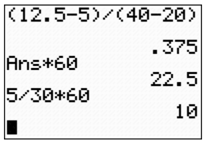
12e Op $[2,6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$ (zie 12b hierboven) en op $[0,2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-0}{2-0} = \frac{1}{2}$.

13a Het differentiequotiënt van N op $[3,5]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} \approx \frac{7200-2400}{5-3} = \frac{4800}{2} = 2\,400$.

13b De gemiddelde toename van N op $[2,6]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} \approx \frac{8500-1000}{6-2} = \frac{7500}{4} = 1875$.

13c Op $[3,4]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ het grootst (steilste stuk gedurende 1 hele dag) $\Rightarrow$ dat is op de vierde dag. (van $t = 0$ tot $t = 1$ is dag 1)

14ab De gemiddelde snelheid op $[0,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} \approx \frac{90-0}{5-0} = \frac{90}{5} = 18$ (m/s).

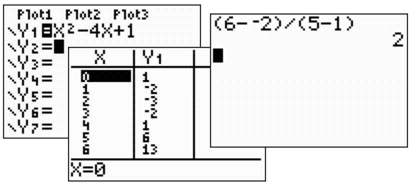


15a De gemiddelde snelheid op $[20,40]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12{,}5-5}{40-20} = \frac{7{,}5}{20} = 0{,}375$ (km/min). Dit is 22,5 km/uur.
De gemiddelde snelheid op $[30,60]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15-10}{60-30} = \frac{5}{30}$ (km/min). Dit is 10 km/uur.

15b De grafiek is niet overal even steil.

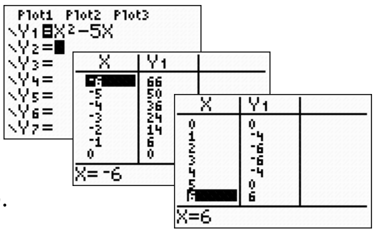
15c Trek de lijn door (0, 0) en (20, 5) door totdat hij de grafiek weer snijdt. Dat is in (60, 15). Dus $t = 60$.

16 De gemiddelde snelheid op $[0, t]$ wordt steeds kleiner als je t steeds groter neemt.



17a $y_A = 1^2 - 4\cdot 1 + 1 = 1 - 4 + 1 = -2$ en $y_B = 5^2 - 4\cdot 5 + 1 = 25 - 20 + 1 = 6$.

17b Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[1,5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6--2}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$.

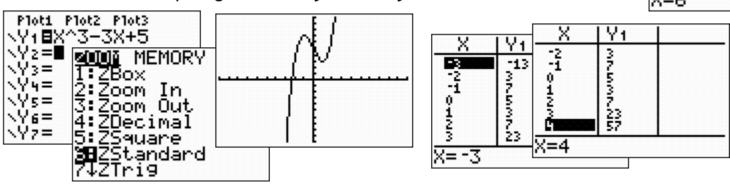


18a Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[1,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{-4--4}{3} = \frac{0}{3} = 0$.

18b Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-1,3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-1)}{3--1} = \frac{-6-6}{4} = \frac{-12}{4} = -3$.

18c Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-5,1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-5)}{1--5} = \frac{-4-50}{6} = \frac{-54}{6} = -9$.

18d Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-5,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-5)}{4--5} = \frac{-4-50}{9} = \frac{-54}{9} = -6$.

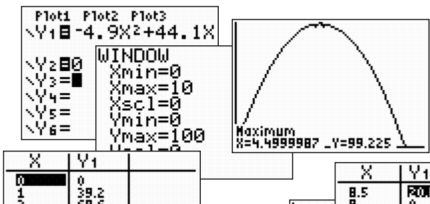


19a Maak een schets van de plot hiernaast.

19b $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{23-3}{2} = \frac{20}{2} = 10$.

19c $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-2)}{4--2} = \frac{57-3}{6} = \frac{54}{6} = 9$.

19d Stel l: $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-3)}{1--3} = \frac{3--13}{4} = \frac{16}{4} = 4$.
l: $y = 4x + b$ door $B(1, 3) \Rightarrow 3 = 4\cdot 1 + b \Rightarrow -1 = b$. Dus l: $y = 4x - 1$.

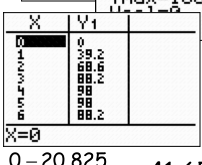


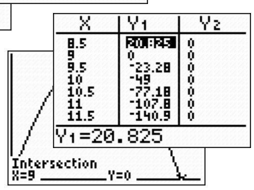
20a Maak een schets van de plot hiernaast.

20b Optie maximum geeft: $\max.\ h(4{,}5) = 99{,}225 \Rightarrow$ na 4,5 seconden.

20c $h(3) - h(2) = 88{,}2 - 68{,}6 = 19{,}6$ (m).

20d $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(2)-h(0)}{2-0} = \frac{68{,}6-0}{2} = 34{,}3$ (m/s).





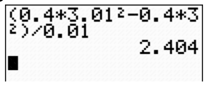
20e $-4{,}9t^2 + 44{,}1t = 0$ (intersect) $\Rightarrow$ ($t = 0\ \vee$) $t = 9$ en $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(9)-h(8{,}5)}{9-8{,}5} = \frac{0-20{,}825}{0{,}5} = -41{,}65$ (m/s).

21 $f(0)=-3$ en op $[0,1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=4 \Rightarrow f(1)=-3+4=1$; $f(1)=1$ en op $[1,3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=2 \Rightarrow f(3)=1+2\cdot 2=5$;
$f(3)=5$ en op $[3,6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=-2 \Rightarrow f(6)=5+3\cdot -2=-1$; $f(6)=-1$ en op $[6,10]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=-1 \Rightarrow f(10)=-1+4\cdot -1=-5$.
Teken een mogelijke grafiek die door de punten $(0,-3)$, $(1,1)$, $(3,5)$, $(6,-1)$ en $(10,-5)$ gaat.
Er zijn meerdere mogelijkheden omdat alleen deze 5 punten vastliggen.

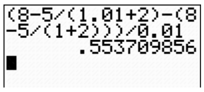
22 Bij een lineaire functie zijn alle differentiequotiënten gelijk aan de richtingscoëfficiënt.

23 Bij een gemiddelde snelheid van 60 km/uur kan hij op één moment toch harder dan 80 km/uur hebben gereden.

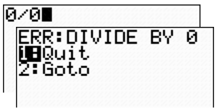
24 Op $[3; 3{,}01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(3{,}01)-s(3)}{3{,}01-3}=\frac{0{,}4\cdot 3{,}01^2-0{,}4\cdot 3^2}{0{,}01}=2{,}404$. De snelheid op $t=3$ is bij benadering 2,40 m/s.



25 Op $[1; 1{,}01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(1{,}01)-s(1)}{1{,}01-1}=\frac{\left(8-\frac{5}{1{,}01+2}\right)-\left(8-\frac{5}{1+2}\right)}{0{,}01}\approx 0{,}55$. De snelheid op $t=1$ is bij benadering 0,55 m/s.



26 Op $[a; a]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(a)-s(a)}{a-a}=\frac{0}{0}$ is niet gedefinieerd (delen door nul mag niet).



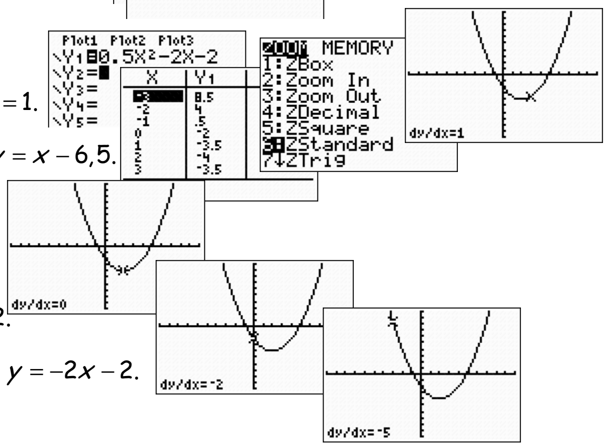
*** **Neem GR - practicum 4 door.**

27a $f(3)=-3{,}5$; stel nu k: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_A=3}$ (optie dy/dx) $=1$.
k: $y=x+b$ door $A(3;\,-3{,}5) \Rightarrow -3{,}5=3+b \Rightarrow -6{,}5=b$. Dus k: $y=x-6{,}5$.

27b $f(2)=-4$; stel l: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_B=2}$ (optie dy/dx) $=0$.
l: $y=b$ door $B(2,\,-4) \Rightarrow -4=b$. Dus l: $y=-4$.

27c $f(0)=-2$; stel m: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_C=0}$ (optie dy/dx) $=-2$.
m: $y=-2x+b$ door $C(0,\,-2) \Rightarrow -2=-2\cdot 0+b \Rightarrow -2=b$. Dus m: $y=-2x-2$.

27d De helling in D met $x=-3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_D=-3}$ (optie dy/dx $=-5$.

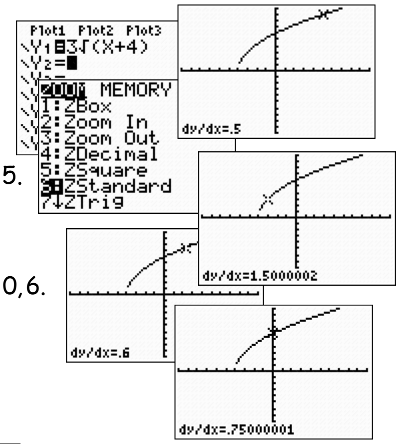


28a $g(5)=3\sqrt{5+4}=3\cdot 3=9$; stel k: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_P=5}$ (optie dy/dx) $=0{,}5$.
k: $y=0{,}5x+b$ door $P(5,9) \Rightarrow 9=0{,}5\cdot 5+b \Rightarrow 6{,}5=b$. Dus k: $y=0{,}5x+6{,}5$.

28b $g(-3)=3\sqrt{-3+4}=3\cdot 1=3$; stel l: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_Q=-3}$ (optie dy/dx) $=1{,}5$.
l: $y=1{,}5x+b$ door $Q(-3,3) \Rightarrow 3=1{,}5\cdot -3+b \Rightarrow 7{,}5=b$. Dus l: $y=1{,}5x+7{,}5$.

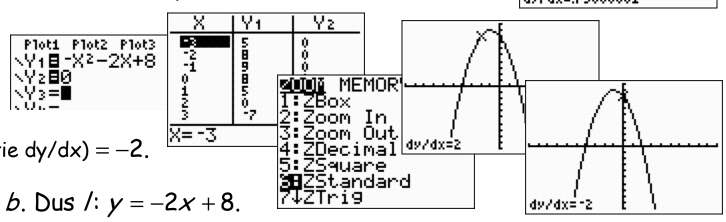
28c De snelheid waarmee $g(x)$ verandert voor $x=2{,}25$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2{,}25}$ (optie dy/dx) $=0{,}6$.

28d $g(0)=3\sqrt{4}=3\cdot 2=6$; stel m: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_Q=0}$ (optie dy/dx) $=0{,}75$.
m: $y=0{,}75x+b$ door $R(0,6) \Rightarrow 6=0{,}75\cdot 0+b \Rightarrow 6=b$. Dus m: $y=0{,}75x+6$.

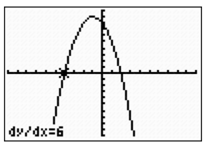


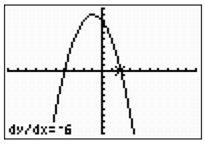
29a De helling in A is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_A=-2}$ (optie dy/dx) $=2$.

29b $f(0)=8$; stel l: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_B=0}$ (optie dy/dx) $=-2$.
l: $y=-2x+b$ door $B(0,8) \Rightarrow 8=-2\cdot 0+b \Rightarrow 8=b$. Dus l: $y=-2x+8$.



29c $-x^2-2x+8=0$ (intersect of TABLE of met ontbinden) $\Rightarrow P(-4,0)$ en $Q(2,0)$.
Stel m: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_P=-4}$ (optie dy/dx) $=6$.
m: $y=6x+b$ door $P(-4,0) \Rightarrow 0=6\cdot -4+b \Rightarrow 24=b$. Dus m: $y=6x+24$.





Stel n: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_Q=2}$ (optie dy/dx) $= -6$.

n: $y = -6x + b$ door $Q(2,\ 0) \Rightarrow 0 = -6 \cdot 2 + b \Rightarrow 12 = b$. Dus n: $y = -6x + 12$.

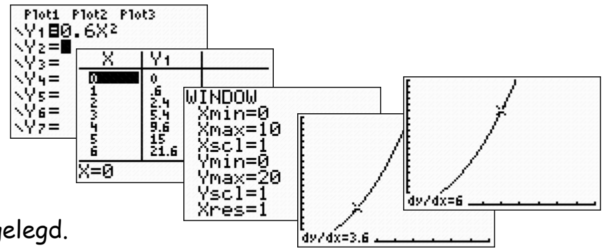
m snijden met n geeft $6x + 24 = -6x + 12$ (intersect of) $\Rightarrow 12x = -12 \Rightarrow x_S = -1 \Rightarrow y_S = 6 \cdot -1 + 24 = 18$.

29d $f(-3) = 5$ en $f(3) = -7$ (zie TABLE) $\Rightarrow R(-3,\ 5)$ en $T(3,\ -7)$.

De richtingscoëfficiënt van de lijn RT is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_T - y_R}{x_T - x_R} = \frac{-7-5}{3--3} = \frac{-12}{6} = -2$.

30a De snelheid op $t = 3$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=3}$ (optie dy/dx) $= 3{,}6$ (m/s).

De snelheid op $t = 5$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=5}$ (optie dy/dx) $= 6$ (m/s).



30b $s(0) = 0{,}6 \cdot 0^2 = 0$ (m) en $s(5) = 0{,}6 \cdot 5^2 = 15$ (m).

Na 5 seconden heeft de auto $15 - 0 = 15$ meter afgelegd.

Tussen $t = 5$ en $t = 10$ wordt $5 \cdot 6 = 30$ meter afgelegd.

Dus na 10 seconden heeft de auto $15 + 30 = 45$ meter afgelegd.

31a **De grafiek is stijgend** op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$, **dus de helling** op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$ **is positief**.
(als je tegen een grafiek opklimt, ligt de snelheidgrafiek boven de x-as)
De grafiek is dalend op $\langle 2, \rightarrow \rangle$, **dus de helling** op $\langle 2, \rightarrow \rangle$ **is negatief**.
(als je van een grafiek afglijdt, ligt de snelheidgrafiek onder de x-as)

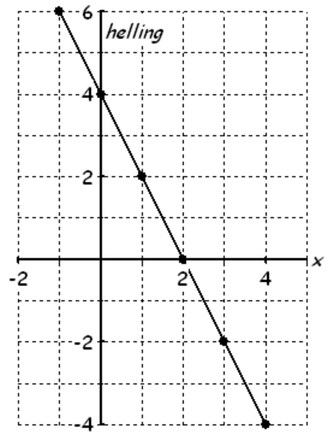
31b In een top (van een vloeiende grafiek, dus geen knik) is de helling nul.

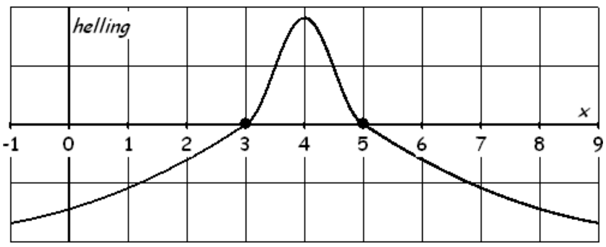
31c De helling in $x = -1$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_A=-1}$ (optie dy/dx) $= 6$. (enz.)

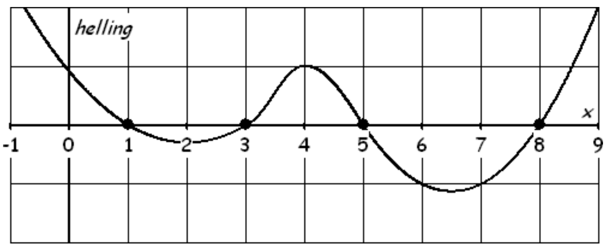
x-coördinaat punt	-1	0	1	2	3	4
helling in punt	6	4	2	0	-2	-4

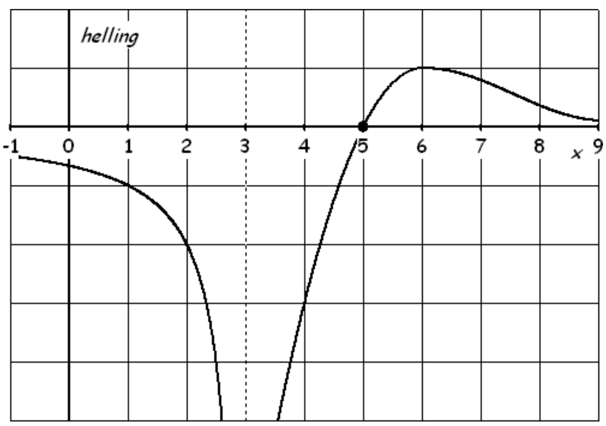
31d Zie de grafiek van de hellingfunctie van $f(x) = -x^2 + 4x$ hiernaast.

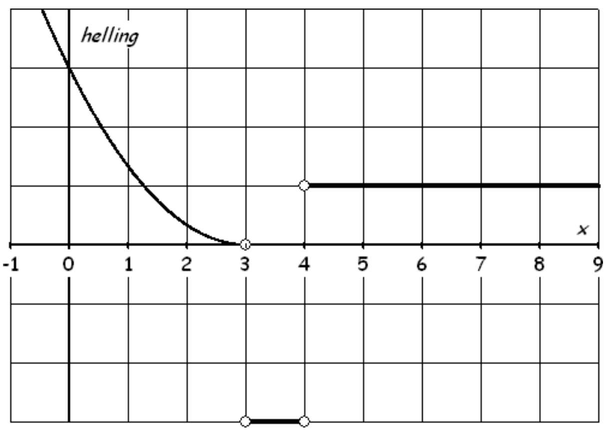
31e De lijn geeft voor elke x de helling van de grafiek van $f(x) = -x^2 + 4x$.



32f


32g


32h


32k


33a De hellinggrafiek ligt op het interval $\langle a,\ b \rangle$ boven de x-as en is daar stijgend.

33b De hellinggrafiek ligt op het interval $\langle c,\ d \rangle$ onder de x-as en is daar stijgend.

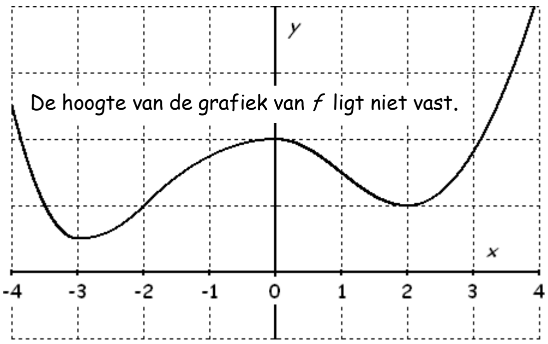
33c De hellinggrafiek snijdt de x-as in $(p,\ 0)$ en gaat daar over van boven de x-as naar onder de x-as.

33d De hellinggrafiek heeft een laagste punt onder de x-as bij $x = q$.

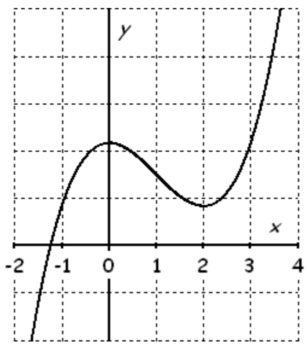
34a

	hellinggrafiek van f	grafiek van f
$\langle -4, -3\rangle$	onder de x-as	dalend
$x = -3$	snijdt de x-as	top
$\langle -3, 0\rangle$	boven de x-as	stijgend
$x = 0$	snijdt de x-as	top
$\langle 0, 2\rangle$	onder de x-as	dalend
$x = 2$	snijdt de x-as	top
$\langle 2, 4\rangle$	boven de x-as	stijgend

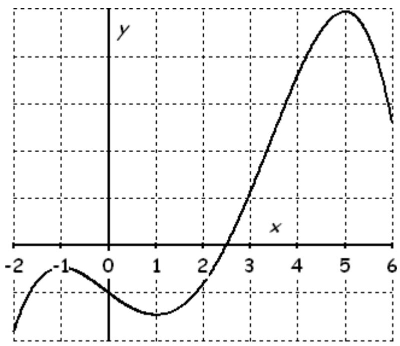
34b



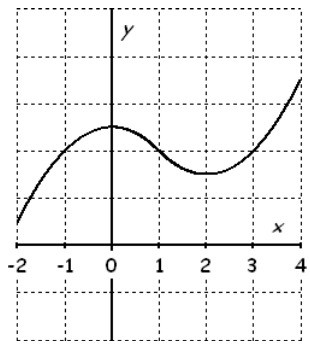
35a



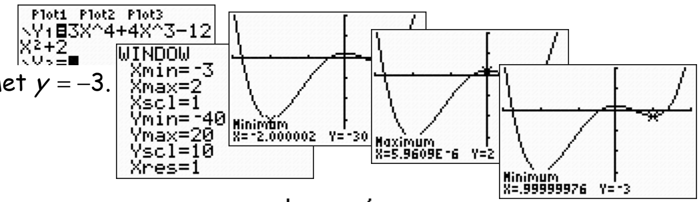
35b



35c



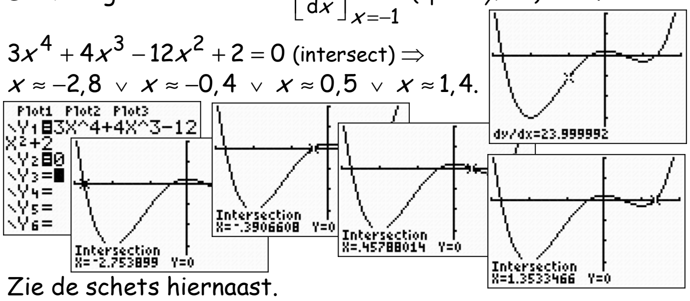
36a Plot $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2$ op $[-3, 2] \times [-40, 20]$.
Optie minimum geeft $x = -2$ met $y = -30$ én $x = 1$ met $y = -3$.
Optie maximum geeft $x = 0$ met $y = 2$ (zie hiernaast).
De toppen zijn $(-2, -30)$, $(0, 2)$ en $(1, -3)$.

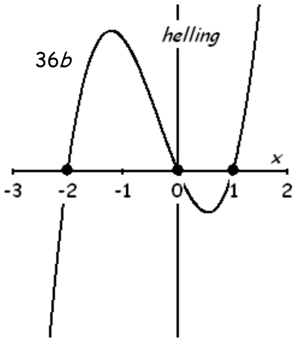


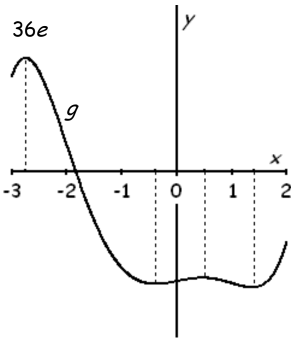
36b Zie de schets hiernaast.

36c De helling in $x = -1$ is $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1}$ (optie dy/dx) = 24.

36d $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2 = 0$ (intersect) $\Rightarrow$
$x \approx -2{,}8 \vee x \approx -0{,}4 \vee x \approx 0{,}5 \vee x \approx 1{,}4$.

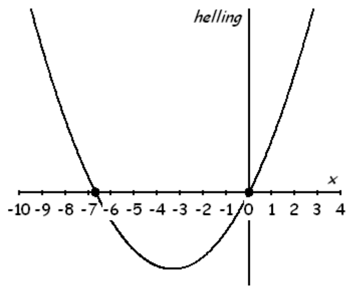


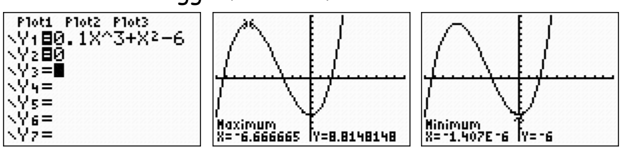




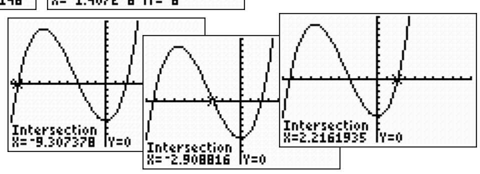
36e Zie de schets hiernaast.

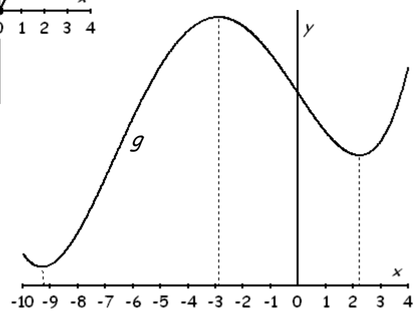
37a Plot $y = 0{,}1x^3 + x^2 - 6$ met ZStandard (zie hieronder).
Optie maximum geeft $x \approx -6{,}7$ en $y \approx 8{,}8$ (zie hieronder).
Optie minimum geeft $x = 0$ en $y = -6$ (zie hieronder).
Zie nu de hellinggrafiek van f hiernaast.





37b $0{,}1x^3 + x^2 - 6 = 0$ (intersect) $\Rightarrow$
$x \approx -9{,}3 \vee x \approx -2{,}9 \vee x \approx 2{,}2$.
Zie de globale grafiek van g
naast de GR-schermen hiernaast.

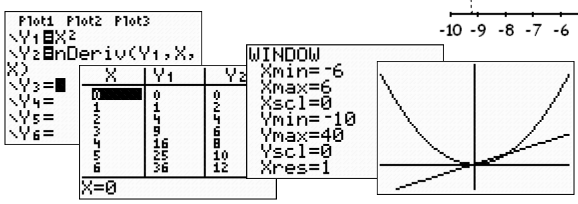


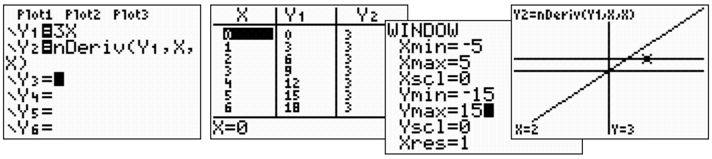


✻✻✻ **Neem GR - practicum 5 door.**

38a Zie de plot hiernaast.

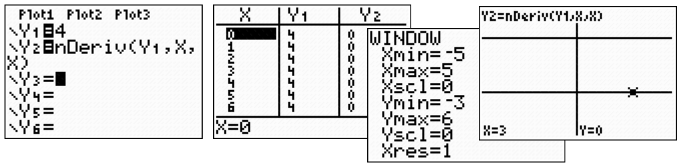
38b De lijn gaat door (0,0) en (1,2).
De hellingfunctie is $y = 2x$.





39a Zie de plot hiernaast.
(de grafieken van f en zijn hellingfunctie)

39b De helling van een rechte lijn is overal hetzelfde.
De hellingfunctie van $f(x)=3x$ is $y=3$.



39c Zie de plot hiernaast.
(de grafieken van g en zijn hellingfunctie)

39d De helling van een rechte lijn is overal hetzelfde.
De hellingfunctie van $g(x)=4$ is $y=0$ (de x-as).
(de grafiek van g is een horizontale lijn met helling 0)

40 $h=0$ invullen voordat de breuk vereenvoudigd is, geeft $\frac{0}{0}$ en dat is niet gedefinieerd.
Je kunt $h=0$ wel invullen nadat de breuk vereenvoudigd is (h komt niet meer in de noemer voor).

41a
$$\begin{aligned} f'(4) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{1{,}5\cdot(4+h)^2-1{,}5\cdot 4^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{1{,}5\cdot(16+8h+h^2)-1{,}5\cdot 16}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{24}+12h+1{,}5h^2\cancel{-24}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{12h}{h}+\frac{1{,}5h^2}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(12+1{,}5h)=12. \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &(4+h)^2 \\ &=(4+h)\cdot(4+h) \\ &=4^2+4h+4h+h^2 \\ &=16+8h+h^2 \end{aligned}}$$

41b
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{1{,}5\cdot(x+h)^2-1{,}5x^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{1{,}5\cdot(x^2+2xh+h^2)-1{,}5x^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{1{,}5x^2}+3xh+1{,}5h^2\cancel{-1{,}5x^2}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{3xh}{h}+\frac{1{,}5h^2}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(3x+1{,}5h)=3x. \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &(x+h)^2 \\ &=(x+h)\cdot(x+h) \\ &=x^2+xh+xh+h^2 \\ &=x^2+2xh+h^2 \end{aligned}}$$

42a
$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{(3+h)^2-4\cdot(3+h)-(3^2-4\cdot 3)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{9}+6h+h^2\cancel{-12}-4h\cancel{-3}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{2h+h^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{2h}{h}+\frac{h^2}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(2+h)=2. \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &(3+h)^2 \\ &=(3+h)\cdot(3+h) \\ &=3^2+3h+3h+h^2 \\ &=9+6h+h^2 \end{aligned}}$$

42b
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-4\cdot(x+h)-(x^2-4x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2\cancel{-4x}-4h\cancel{-x^2}\cancel{+4x})}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{2xh+h^2-4h}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{2xh}{h}+\frac{h^2}{h}-\frac{4h}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(2x+h-4)=2x-4. \end{aligned}$$

43a
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x+h)-ax}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{ax}+ah\cancel{-ax}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{ah}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} a=a. \end{aligned}$$

43b
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{a}\cancel{-a}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{0}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} 0=0. \end{aligned}$$

44a
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x+h)^3-ax^3}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x+h)\cdot(x+h)^2-ax^3}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x+h)\cdot(x^2+2xh+h^2)-ax^3}{h} \end{aligned}$$

g a h i e r n a a s t v e r d e r

$$\begin{aligned} &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x^3+2x^2h+xh^2+x^2h+2xh^2+h^3)-ax^3}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-ax^3}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{ax^3}+3ax^2h+3axh^2+ah^3\cancel{-ax^3}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{3ax^2h}{h}+\frac{3axh^2}{h}+\frac{ah^3}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}\left(3ax^2+3axh+ah^2\right)=3ax^2. \end{aligned}$$

44b
$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x+h)^2+b\cdot(x+h)+c-(ax^2+bx+c)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{a\cdot(x^2+2xh+h^2)\cancel{+bx}+bh\cancel{+c}-ax^2\cancel{-bx}\cancel{-c}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{ax^2}+2axh+ah^2+bh\cancel{-ax^2}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\left(\frac{2axh}{h}+\frac{ah^2}{h}+\frac{bh}{h}\right)$$
$$=\lim_{h\to 0}(2ax+ah+b)=2ax+b.$$

45a
$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{c\cdot g(x+h)-c\cdot g(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{c\cdot(g(x+h)-g(x))}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}c\cdot\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$=c\cdot\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$=c\cdot g'(x).$$

45b
$$s'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{s(x+h)-s(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)+g(x+h)-(f(x)+g(x))}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)+g(x+h)-f(x)-g(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)+g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=f'(x)+g'(x).$$

46a $f(x)=5x^6-3x^5+2x-7\Rightarrow f'(x)=5\cdot 6x^5-3\cdot 5x^4+2+0=30x^5-15x^4+2.$

46b $g(x)=-2x^8-4x^4+7{,}2\Rightarrow g'(x)=-2\cdot 8x^7-4\cdot 4x^3+0=-16x^7-16x^3.$

46c $h(x)=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-x-1\Rightarrow h'(x)=-\frac{1}{3}\cdot 3x^2-\frac{1}{2}\cdot 2x-1-0=-x^2-x-1.$

46d $k(x)=1+3q-3q^2-5q^7\Rightarrow k'(x)=0+3-3\cdot 2q-5\cdot 7q^6=3-6q-35q^6.$

47a $f(x)=(5x+7)(4-3x)=20x-15x^2+28-21x=-15x^2-x+28\Rightarrow f'(x)=-30x-1.$

47b $g(x)=(3x+6)(3x+6)-8x=9x^2+18x+18x+36-8x=9x^2+28x+36\Rightarrow g'(x)=18x+28.$

47c $h(x)=5(x-3)(x-3)+5(2x-1)=5(x^2-3x-3x+9)+10x-5=5(x^2-6x+9)+10x-5$
$=5x^2-30x+45+10x-5=5x^2-20x+40\Rightarrow h'(x)=10x-20.$

47d $k(x)=-3(x-1)(5-9x)-8(x-7)=-3(5x-9x^2-5+9x)-8x+56=-3(-9x^2+14x-5)-8x+56$
$=27x^2-42x+15-8x+56=27x^2-50x+71\Rightarrow k'(x)=54x-50.$

48a $f(x)=(3x-1)(x^2+5x)=3x^3+15x^2-x^2-5x=3x^3+14x^2-5x\Rightarrow f'(x)=9x^2+28x-5.$

48b $g(x)=(3x^3-1)(3x^3-1)=9x^6-3x^3-3x^3+1=9x^6-6x^3+1\Rightarrow g'(x)=54x^5-18x^2.$

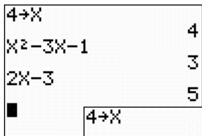
48c $h(x)=(5x^5-3)(3x-2)=15x^6-10x^5-9x+6\Rightarrow h'(x)=90x^5-50x^4-9.$

48d $k(x)=5-3(x^4-x)(x+1)=5-3(x^5+x^4-x^2-x)=5-3x^5-3x^4+3x^2+3x\Rightarrow k'(x)=-15x^4-12x^3+6x+3.$

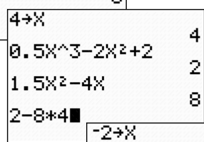
48e $l(t)=(5t^3-t)(3t^5+t)=15t^8+5t^4-3t^6-t^2=15t^8-3t^6+5t^4-t^2\Rightarrow l'(t)=120t^7-18t^5+20t^3-2t.$

48f $m(q)=1-(3q^2-2)^2=1-(9q^4-12q^2+4)=1-9q^4+12q^2-4=-9q^4+12q^2-3\Rightarrow m'(q)=-36q^3+24q.$

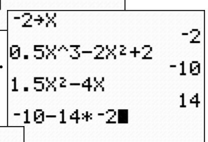
49 abc $f(x)=x^2-3x-1\Rightarrow f'(x)=2x-3.$
$y_A=f(4)=4^2-3\cdot 4-1=16-12-1=3$ en de helling in A is $f'(4)=2\cdot 4-3=8-3=5.$



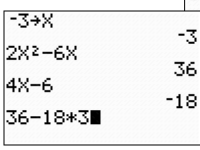
50a $f(x)=0{,}5x^3-2x^2+2\Rightarrow f'(x)=1{,}5x^2-4x.$
$y_A=f(4)=0{,}5\cdot 4^3-2\cdot 4^2+2=32-32+2=2$ en $rc_k=f'(4)=1{,}5\cdot 4^2-4\cdot 4=1{,}5\cdot 16-16=8.$
k: $y=8x+b$ door $A(4,2)\Rightarrow 2=8\cdot 4+b\Rightarrow -30=b$. Dus k: $y=8x-30.$



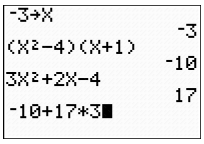
50b $y_B=f(-2)=0{,}5\cdot(-2)^3-2\cdot(-2)^2+2=-4-8+2=-10$ en $rc_m=f'(-2)=1{,}5\cdot(-2)^2-4\cdot -2=6+8=14.$
m: $y=14x+b$ door $B(-2,\ -10)\Rightarrow -10=14\cdot -2+b\Rightarrow 18=b$. Dus m: $y=14x+18.$



51a $g(x)=2x^2-6x\Rightarrow g'(x)=4x-6.$
$y_A=g(-3)=2\cdot(-3)^2-6\cdot -3=18+18=36$ en $rc_l=g'(-3)=4\cdot -3-6=-12-6=-18.$
l: $y=-18x+b$ door $A(-3,36)\Rightarrow 36=-18\cdot -3+b\Rightarrow -18=b$. Dus l: $y=-18x-18.$

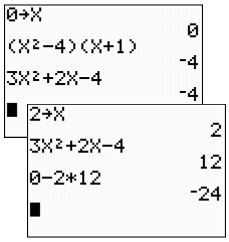


51b $y_P = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 2x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0 = x_O$ of $x = 3 = x_P$.
$rc_n = g'(3) = 4 \cdot 3 - 6 = 12 - 6 = 6$.
n: $y = 6x + b$ door $P(3, 0) \Rightarrow 0 = 6 \cdot 3 + b \Rightarrow -18 = b$. Dus n: $y = 6x - 18$.



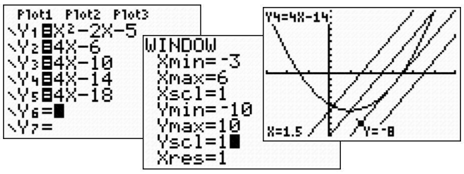
52a $f(x) = (x^2-4)(x+1) = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x - 4$.
$y_A = f(-3) = ((-3)^2 - 4)(-3+1) = 5 \cdot -2 = -10$ en $rc_k = f'(-3) = 3 \cdot (-3)^2 + 2 \cdot -3 - 4 = 27 - 6 - 4 = 17$.
k: $y = 17x + b$ door $A(-3,\ -10) \Rightarrow -10 = 17 \cdot -3 + b \Rightarrow 41 = b$. Dus k: $y = 17x + 41$.

52b $x_B = 0 \Rightarrow y_B = f(0) = (0^2 - 4)(0+1) = -4 \cdot 1 = -4$ en $rc_l = f'(0) = 3 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 4 = 0 + 0 - 4 = -4$.
l: $y = -4x + b$ door $B(0,\ -4) \Rightarrow -4 = -4 \cdot 0 + b \Rightarrow -4 = b$. Dus l: $y = -4x - 4$.

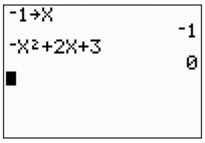


52c $y_C = 0 \Rightarrow f(x) = (x^2-4)(x+1) = 0 \Rightarrow x^2 = 4$ of $x = -1 \Rightarrow x = \pm 2$ of $x = -1 \Rightarrow x_C = 2$.
$rc_m = f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 4 = 12 + 4 - 4 = 12$.
m: $y = 12x + b$ door $C(2, 0) \Rightarrow 0 = 12 \cdot 2 + b \Rightarrow -24 = b$. Dus m: $y = 12x - 24$.

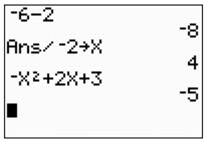
53a Zie de plot hiernaast.
53b De lijn $y = 4x - 14$ raakt de grafiek van f (in R).
53c Er geldt $f'(x_R) = rc_{y=4x-14} = 4$.



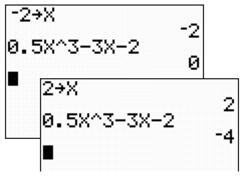
54a $f(x) = -x^2 + 2x + 3 \Rightarrow f'(x) = -2x + 2$.
$f'(x) = 4 \Rightarrow -2x + 2 = 4 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{-2} = -1 = x_A$.
$y_A = f(-1) = -(-1)^2 + 2 \cdot -1 + 3 = -1 - 2 + 3 = 0$. Dus $A(-1, 0)$.



54b $k /\!/ l \Rightarrow f'(x_B) = rc_k = rc_l = -6$.
$f'(x) = -6 \Rightarrow -2x + 2 = -6 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4 = x_B$ en $y_B = f(4) = -4^2 + 2 \cdot 4 + 3 = -16 + 8 + 3 = -5$.

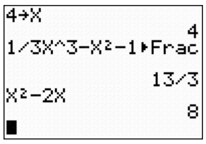


55a $f(x) = 0{,}5x^3 - 3x - 2 \Rightarrow f'(x) = 1{,}5x^2 - 3$.
$f'(x) = 3 \Rightarrow 1{,}5x^2 - 3 = 3 \Rightarrow 1{,}5x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{1{,}5} = 4 \Rightarrow x = \pm 2$.
$x = -2 \Rightarrow y = f(-2) = 0{,}5 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot -2 - 2 = -4 + 6 - 2 = 0$ (dit zijn de coördinaten van één punt).
$x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 0{,}5 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 - 2 = 4 - 6 - 2 = -4$ (dit zijn de coördinaten van het andere punt).

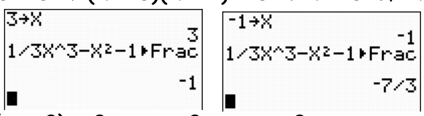


55b $f'(x) = 0$ (in de toppen is de helling nul $\Rightarrow rc_{\text{raaklijn}} = 0$) $\Rightarrow 1{,}5x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 1{,}5x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{1{,}5} = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

56a $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x$.
$y_P = f(4) = \frac{1}{3} \cdot 4^3 - 4^2 - 1 = \frac{64}{3} - 16 - 1 = 21\frac{1}{3} - 17 = 4\frac{1}{3}$ en $rc_k = f'(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 16 - 8 = 8$.
k: $y = 8x + b$ door $P(4,\ 4\frac{1}{3}) \Rightarrow 4\frac{1}{3} = 8 \cdot 4 + b \Rightarrow -27\frac{2}{3} = b$. Dus k: $y = 8x - 27\frac{2}{3}$.

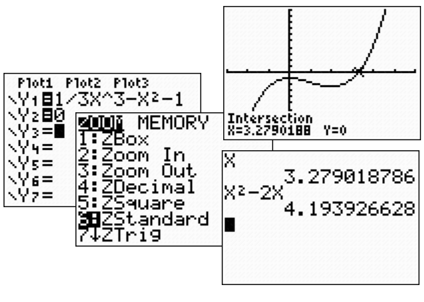


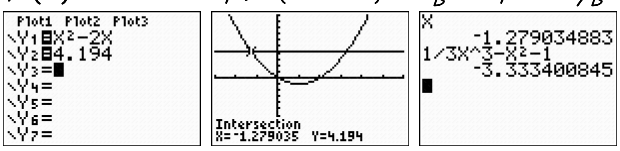
56b Raaklijnen evenwijdig met $l \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 3$ of $x = -1$.
$x = 3 \Rightarrow f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 1 = \frac{27}{3} - 9 - 1 = 9 - 9 - 1 = -1 \Rightarrow Q(3,\ -1)$.
$x = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 1 = -\frac{1}{3} - 1 - 1 = -2\frac{1}{3} \Rightarrow R(-1,\ -2\frac{1}{3})$.



56c $f'(x) = 0$ (in de toppen is de helling nul $\Rightarrow rc_{\text{raaklijn}} = 0$) $\Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = 2$
$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 0^2 - 1 = -1 \Rightarrow$ top $(0,\ -1)$.
$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2^2 - 1 = \frac{8}{3} - 4 - 1 = 2\frac{2}{3} - 5 = -2\frac{1}{3} \Rightarrow$ top $(2,\ -2\frac{1}{3})$.

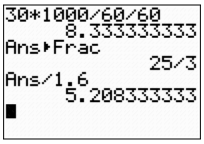
56d f snijdt de x-as in $A \Rightarrow y_A = 0$.
$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 1 = 0$ (intersect) $\Rightarrow x_A \approx 3{,}279$ en $f'(x_A) \approx 4{,}194$.
$f'(x) = x^2 - 2x \approx 4{,}194$ (intersect) $\Rightarrow x_B \approx -1{,}28$ en $y_B = f(x_B) \approx -3{,}33$.



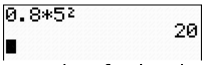


57a $s(t) = 0{,}8t^2 \Rightarrow s'(t) = v(t) = 1{,}6t$.
Op $t = 3$ is $v = v(3) = 1{,}6 \cdot 3 = 4{,}8$ (m/s) en op $t = 6$ is $v = v(6) = 1{,}6 \cdot 6 = 9{,}6$ (m/s).

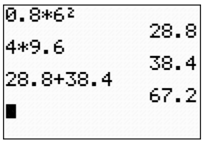
57b 30 km/uur is $30 \cdot \frac{1000}{60 \cdot 60} = \frac{25}{3}$ m/s
$s'(t) = v(t) = 1{,}6t = \frac{25}{3} \Rightarrow t \approx 5{,}21$ (seconden).



57c $s(5) = 0{,}8 \cdot 5^2 = 20$ (m).



57d In de eerste 6 seconden is de afgelegde weg $s(6) = 0{,}8 \cdot 6^2 = 28{,}8$ (m).
Van $t = 6$ tot $t = 10$ legt de auto $4 \cdot 9{,}6$ (zie 57a) $= 38{,}4$ meter af.
In de eerste tien seconden dus $28{,}8 + 38{,}4 = 67{,}2$ meter.



58a $h(t) = -5t^2 + 25t \Rightarrow s'(t) = v(t) = -10t + 25 \Rightarrow$ op $t = 0$ is $v = v(0) = -10 \cdot 0 + 25 = 25$ (m/s).

58b Op $t = 3$ is $v = v(3) = -10 \cdot 3 + 25 = -30 + 25 = -5$ (m/s). Dus 5 m/s omlaag.

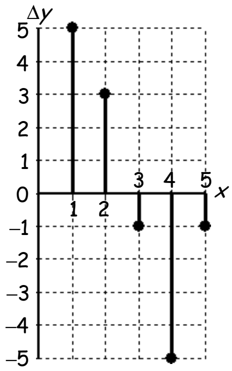
58c Op het hoogste punt is de snelheid v nul.
$v(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow 25 = 10t \Rightarrow 2{,}5 = t$. Dus na $2\frac{1}{2}$ seconde.

58d Op de grond is de hoogte nul.
$h(t) = -5t^2 + 25t = 0 \Rightarrow -5t(t-5) = 0 \Rightarrow t = 0$ (bij vertrek) of $t = 5$. Dus na 5 seconden valt de bal op de grond.
De snelheid waarmee de bal op de grond komt is $v = v(5) = -10 \cdot 5 + 25 = -50 + 25 = -25$ (m/s).

Diagnostische toets

D1 Maak eerst een tabel van de toenamen Δy met $\Delta x = 1$ (zie hieronder).
Het toenamediagram zie je hiernaast.

x	0	1	2	3	4	5
y	1	6	9	8	3	2
Δy	---	5	3	-1	-5	-1

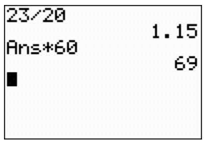


D2 Door (3, 5) en op [3, 4] is $\Delta y = -2$ dus ook door (4, 3).
Door (3, 5) en op [2, 3] is $\Delta y = -1$ dus ook door (2, 6).
Enzovoort $\Rightarrow$ teken daarna (zelf nog) een of andere grafiek door de punten:
(0; 9,5), (1, 8), (2, 6), (3, 5), (4, 3), (5, 5) en (6, 6).

D3a De gemiddelde toename van y op $[0,2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-1}{2-0} = \frac{8}{2} = 4$.

D3b Het differentiequotiënt van y op $[2,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-9}{4-2} = \frac{-6}{2} = -3$.

D4a De gemiddelde snelheid op $[10,30]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} \approx \frac{30-7}{30-10} = \frac{23}{20} = 1{,}15$ (km/min). Dit is 69 km/uur.

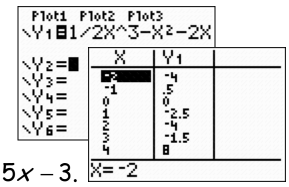


D4b Trek de lijn door de punten (0,0) en (7,5; 6) door totdat hij de grafiek snijdt.
Deze lijn snijdt de grafiek in het punt (17,5; 14). Dus $t = 17{,}5$.

D5a Het gemiddelde toename van $f(x)$ op $[1,4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{8 - -2{,}5}{3} = \frac{10{,}5}{3} = 3{,}5$.

D5b Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-1,1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-1)}{1--1} = \frac{-2{,}5-0{,}5}{2} = \frac{-3}{2} = -1{,}5$.

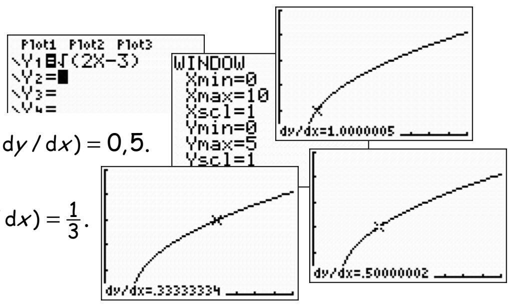
D5c Stel l: $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-2)}{3--2} = \frac{-1{,}5--4}{5} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5$.
l: $y = 0{,}5x + b$ door $A(-2, -4) \Rightarrow -4 = 0{,}5 \cdot -2 + b \Rightarrow -4 = -1 + b \Rightarrow -3 = b$. Dus l: $y = 0{,}5x - 3$.



D6a De helling van $f(x)$ in A met $x_A = 2$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_A=2}$ (optie dy/dx) $= 1$.

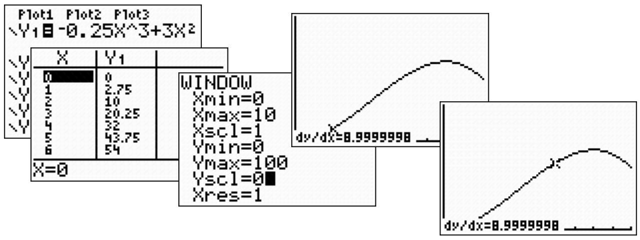
D6b De snelheid waarmee $f(x)$ verandert voor $x = 3{,}5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3{,}5}$ (optie dy/dx) $= 0{,}5$.

D6c $f(6) = \sqrt{12-3} = \sqrt{9} = 3$; stel k: $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_B=6}$ (optie dy/dx) $= \frac{1}{3}$.
k: $y = \frac{1}{3}x + b$ door $B(6, 3) \Rightarrow 3 = \frac{1}{3} \cdot 6 + b \Rightarrow 1 = b$. Dus k: $y = \frac{1}{3}x + 1$.

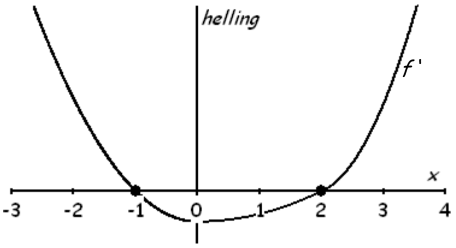


D7a De snelheid op $t=2$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=2}$ (optie dy/dx) $=9$ (m/s).

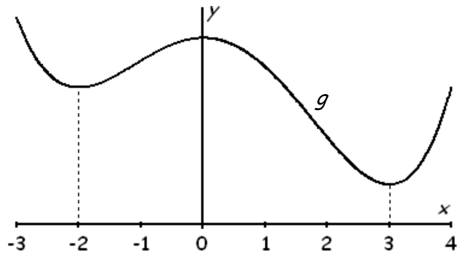
D7b De snelheid op $t=6$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=6}$ (optie dy/dx) $=9$ (m/s).
$s(0)=0$ (m) en $s(6)=54$ (m)
Na 6 seconden is $54-0=54$ meter afgelegd.
Tussen $t=6$ en $t=10$ wordt $4\cdot 9=36$ meter afgelegd.
Dus na 10 seconden is $54+36=90$ meter afgelegd.



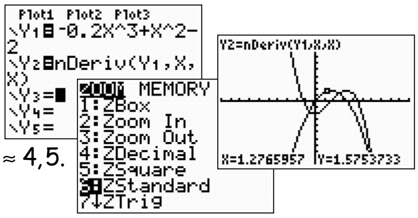
D8



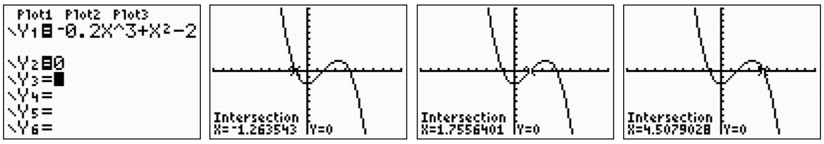
D9

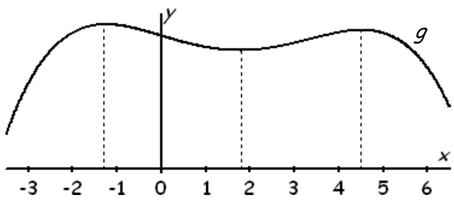


D10a Maak een schets van $y=\text{nDeriv}(-0{,}2x^3+x^2-2;x;x)$.
(dit is een bergparabool die de x-as snijdt in $x=0$ en $x=3\frac{1}{3}$)
$f(x)=-0{,}2x^3+x^2-2 \Rightarrow f'(x)=-0{,}6x^2+2x$ (schets nu de hellinggrafiek f').



D10b $f(x)=-0{,}2x^3+x^2-2=0$ (intersect; zie hieronder) $\Rightarrow x\approx -1{,}3 \;\vee\; x\approx 1{,}8 \;\vee\; x\approx 4{,}5$.
De hellinggrafiek f gaat in $x\approx -1{,}3$ van positief naar negatief $\Rightarrow$ maximum $g(-1{,}3)$;
de hellinggrafiek f gaat in $x\approx 1{,}8$ van negatief naar positief $\Rightarrow$ minimum $g(1{,}8)$ en
de hellinggrafiek f gaat in $x\approx 4{,}5$ van positief naar negatief $\Rightarrow$ maximum $g(4{,}5)$.
(zie de globale grafiek van g, die f als hellinggrafiek heeft, hiernaast)





D11a
$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{5\cdot(3+h)^2+4-(5\cdot 3^2+4)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{5\cdot(9+6h+h^2)\cancel{+4}-45\cancel{-4}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{45}+30h+5h^2\cancel{-45}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{30h}{h}+\frac{5h^2}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(30+5h)=30. \end{aligned}$$

D11b
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{5\cdot(x+h)^2+4-(5x^2+4)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{5\cdot(x^2+2xh+h^2)\cancel{+4}-5x^2\cancel{-4}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{5x^2}+10xh+5h^2\cancel{-5x^2}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(\frac{10xh}{h}+\frac{5h^2}{h}\right) \\ &= \lim_{h\to 0}(10x+5h)=10x. \end{aligned}$$

D12a $f(x)=0{,}6x^3-1{,}3x^2+7 \Rightarrow f'(x)=1{,}8x^2-2{,}6x$.

D12b $g(p)=4p^3+p^2-11p+20 \Rightarrow g'(p)=12p^2+2p-11$.

D13a $f(x)=(3-x)(5+2x)=15+6x-5x-2x^2=-2x^2+x+15 \Rightarrow f'(x)=-4x+1$.

D13b $g(x)=(3x+1)(3x+1)=9x^2+3x+3x+1=9x^2+6x+1 \Rightarrow g'(x)=18x+6$.

D13c $h(x)=x(2x-1)(2x-1)=x(4x^2-4x+1)=4x^3-4x^2+x \Rightarrow h'(x)=12x^2-8x+1$.

D13d $k(x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2(x-4)+6=\frac{1}{3}x^3+2x^3-8x^2+6=2\frac{1}{3}x^3-8x^2+6 \Rightarrow k'(x)=7x^2-16x$.

D14a $f(x)=0{,}2x^3-6x+2 \Rightarrow f'(x)=0{,}6x^2-6$.
$y_A=f(5)=0{,}2\cdot 5^3-6\cdot 5+2=25-30+2=-3$ en $rc_m=f'(5)=0{,}6\cdot 5^2-6=15-6=9$.
m: $y=9x+b$ door $A(5,\ -3) \Rightarrow -3=9\cdot 5+b \Rightarrow b=-48 \Rightarrow m$: $y=9x-48$.

D14b $x_B=0$ (B op de y-as) $\Rightarrow y_B=f(0)=0{,}2\cdot 0^3-6\cdot 0+2=0+0+2=2$ en $rc_k=f'(0)=0{,}6\cdot 0^2-6=0-6=-6$.
k: $y=-6x+b$ door $B(0,\ 2) \Rightarrow 2=-6\cdot 0+b \Rightarrow b=2 \Rightarrow k$: $y=-6x+2$.

D15a $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x + 1 \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4.$

$x_A = 2 \Rightarrow y_A = f(2) = -\frac{1}{6} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 1 = -\frac{4}{3} + 2 + 8 + 1 = 9\frac{2}{3}$ en $rc_k = f'(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 + 4 = -2 + 6 = 4.$

k: $y = 4x + b$ door $A(2,\ 9\frac{2}{3}) \Rightarrow 9\frac{2}{3} = 4 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 1\frac{2}{3} \Rightarrow k$: $y = 4x + 1\frac{2}{3}.$

D15b m evenwijdig met $k \Rightarrow rc_m = rc_k = 4 \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 4 \Rightarrow -\frac{1}{2}x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0 = x_B$ of $x_A = 2.$

$x_B = 0 \Rightarrow y_B = f(0) = -\frac{1}{6} \cdot 0^3 + \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1.$

D15c $f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0$ (horizontale raaklijn) $\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) \Rightarrow x = 4$ of $x = -2.$

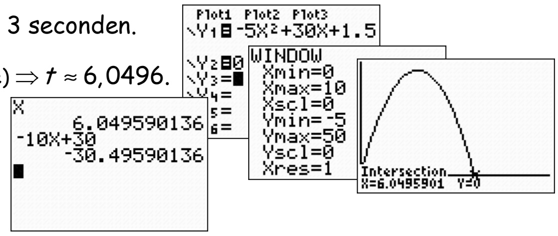
$x_C = 4 \Rightarrow y_C = f(4) = -\frac{1}{6} \cdot 4^3 + \frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 + 1 = -\frac{32}{3} + 8 + 16 + 1 = -10\frac{2}{3} + 25 = 14\frac{1}{3}$ en

$x_D = -2 \Rightarrow y_D = f(-2) = -\frac{1}{6} \cdot (-2)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 4 \cdot -2 + 1 = \frac{4}{3} + 2 - 8 + 1 = 1\frac{1}{3} - 5 = -3\frac{2}{3}.$

D16a $h(t) = -5t^2 + 30t + 1{,}5 \Rightarrow h'(t) = v(t) = -10t + 30 \Rightarrow$ op $t = 2$ is $v = v(2) = -10 \cdot 2 + 30 = -20 + 30 = 10$ (m/s).

D16b $v(t) = -5 \Rightarrow -10t + 30 = -5 \Rightarrow -10t = -35 \Rightarrow t = \frac{-35}{-10} = 3{,}5$ (s). Dus na 3 seconden.

D16c Op de grond: $h(t) = 0 \Rightarrow -5t^2 + 30t + 1{,}5 = 0$ (intersect of *abc*-formule) $\Rightarrow t \approx 6{,}0496.$
De snelheid waarmee de pijl op de grond komt is $v \approx -30{,}5$ (m/s).



Gemengde opgaven 3. De afgeleide functie

G21a Bij augustus 2000 hoort $t = 5$.
Op [0, 5] is $\Delta N = 170 + 70 + 0 - 40 - 50 = 150$.
Dus augustus 1995 zijn er $220 - 150 = 70$ herten.

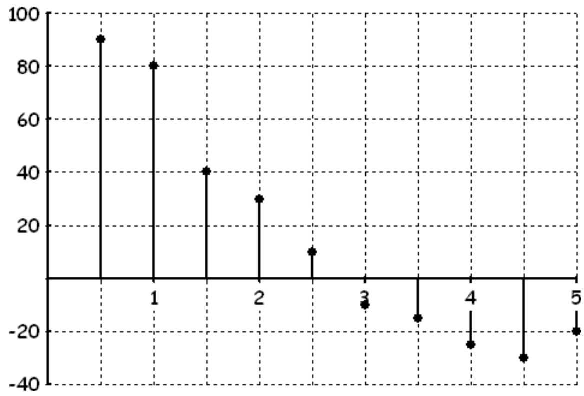
Bij augustus 2004 hoort $t = 9$.
Op [5, 9] is $\Delta N = -30 + 20 + 100 + 210 = 300$.
Dus augustus 2004 zijn er $220 + 300 = 520$ herten.

G21b Maak eerst met het toenamediagram de tabel hiernaast.
Teken vervolgens in een asenstelsel de punten:
(0, 70), (1, 240), (2, 310), (3, 310), (4, 270),
(5, 220), (6, 190), (7, 210), (8, 310) en (9, 520).
Teken nu nog een (vloeiende) grafiek door deze punten.

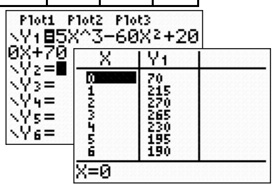
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ΔN	---	170	70	0	-40	-50	-30	20	100	210
N	70	240	310	310	270	220	190	210	310	520

G21c Verdeel de toenamen met $\Delta t = 1$ nu opnieuw met $\Delta t = 0{,}5$.
Zie de tabel hieronder. (de toenamen met $\Delta t = 1$ veranderen niet!!!)
Maak daarna het nieuwe toenamediagram. (zie hiernaast)

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
ΔN	---	---	170	---	70	---	0	---	-40	---	-50
ΔN	---	90	80	40	30	10	-10	-15	-25	-30	-20

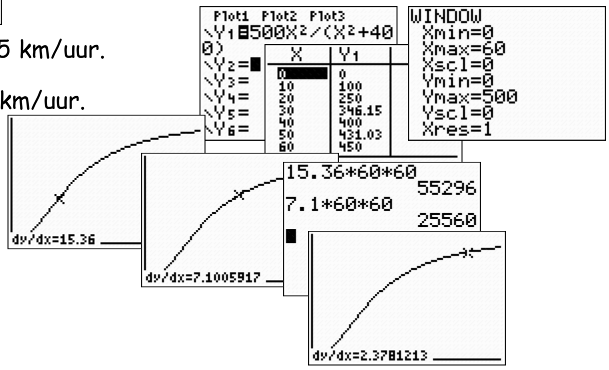


G21d De tabel die hoort bij de formule
$N = 5t^3 - 60t^2 + 200t + 70$ komt
niet overeen met de tabel bij vraag b.
De bewering van Nico is dus niet juist.

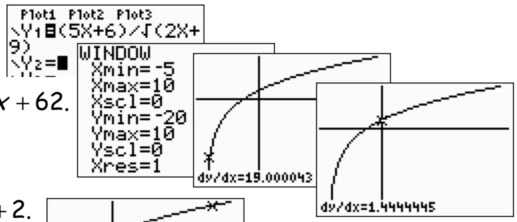


G22a De snelheid op $t = 15$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=15}$ (optie dy/dx) $= 15{,}36$ m/s ≈ 55 km/uur.
De snelheid op $t = 30$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=30}$ (optie dy/dx) $= 7{,}1$ m/s ≈ 26 km/uur.

G22b De snelheid op $t = 50$ is $\left[\frac{ds}{dt}\right]_{t=50}$ (optie dy/dx) $\approx 2{,}38$ m/s.
$s(0) = 0$ (m) en $s(50) \approx 431$ (m)
Na 50 seconden is 431 meter afgelegd.
Tussen $t = 50$ en $t = 60$ wordt $10 \cdot 2{,}38 \approx 24$ meter afgelegd.
Dus na 1 minuut is $431 + 24 = 455$ meter afgelegd.

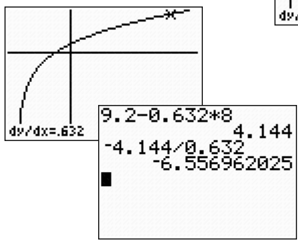


G23a $f(-4)=\frac{-14}{1}=-14$; stel l: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_A=-4}$ (optie dy/dx) $=19$.
l: $y=19x+b$ door $A(-4,\ -14)\Rightarrow -14=19\cdot -4+b\Rightarrow 62=b$. Dus l: $y=19x+62$.



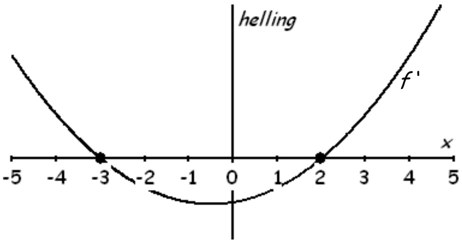
G23b $f(0)=\frac{6}{3}=2$; stel k: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_B=0}$ (optie dy/dx) $\approx 1,44$.
k: $y=1,44x+b$ door $B(0,\ 2)\Rightarrow 2=1,44\cdot 0+b\Rightarrow 2=b$. Dus k: $y=1,44x+2$.

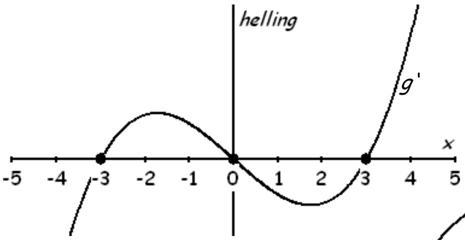
G23c $f(8)=\frac{46}{5}=9,2$; stel m: $y=ax+b$ met $a=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x_C=8}$ (optie dy/dx) $=0,632$.
m: $y=0,632x+b$ door $C(8;\ 9,2)\Rightarrow 9,2=0,632\cdot 8+b\Rightarrow 4,144=b$.
Dus m: $y=0,632x+4,144$. m snijden met de x-as geeft dan:
$0,632x+4,144=0$ (intersect of) $\Rightarrow 0,632x=-4,144\Rightarrow x\approx -6,56$.



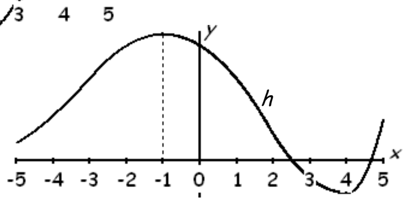
G24a Extremen van f bij $x=-3$ en $x=2$;
f dalend ($\Rightarrow f'$ negatief) op $\langle -3,\ 2\rangle$.
Zie de hellinggrafiek f' van f hieronder.

Extremen van g bij $x=-3,\ x=0$ en $x=3$;
g dalend ($\Rightarrow g'$ negatief) op $\langle -5,\ -3\rangle$ en $\langle 0,\ 3\rangle$.
Zie de hellinggrafiek g' van g hieronder.





G24b $f(x)=0$ (zie figuur G.2) $\Rightarrow x=-1 \vee x=4$. (links van $x=-5$ ook nog eens?)
De hellinggrafiek f gaat in $x=-1$ van positief naar negatief $\Rightarrow$ maximum $h(-1)$ en
de hellinggrafiek f gaat in $x=4$ van negatief naar positief $\Rightarrow$ minimum $h(4)$.
(zie de globale grafiek van h, die f als hellinggrafiek heeft, hiernaast)



G25a
$$
\begin{aligned}
f'(x)&=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{3\cdot(x+h)^2+5\cdot(x+h)+6-(3x^2+5x+6)}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{3\cdot(x^2+2xh+h^2)\cancel{+5x}+5h\cancel{+6}-3x^2\cancel{-5x}\cancel{-6}}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{3x^2}+6xh+3h^2+5h\cancel{-3x^2}}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\left(\frac{6xh}{h}+\frac{3h^2}{h}+\frac{5h}{h}\right)\\
&=\lim_{h\to 0}(6x+3h+5)=6x+5.
\end{aligned}
$$

G25b
$$
\begin{aligned}
g'(x)&=\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)\cdot(x+h)^2-x^3}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)\cdot(x^2+2xh+h^2)-x^3}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x^3}+2x^2h+xh^2+x^2h+2xh^2+h^3\cancel{-x^3}}{h}\\
&=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}=\lim_{h\to 0}\left(\frac{3x^2h}{h}+\frac{3xh^2}{h}+\frac{h^3}{h}\right)\\
&=\lim_{h\to 0}\left(3x^2+3xh+h^2\right)=3x^2.
\end{aligned}
$$

G26a $f(x)=-x(2x-7)=-2x^2+7x\Rightarrow f'(x)=-4x+7$.

G26b $g(x)=(x^2-1)(x-1)=x^3-x^2-x+1\Rightarrow g'(x)=3x^2-2x-1$.

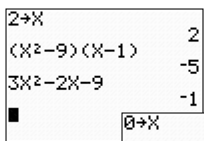
G26c $h(x)=x(3x+2)^2=x(9x^2+12x+4)=9x^3+12x^2+4x\Rightarrow h'(x)=27x^2+24x+4$.

G26d $m(t)=7-\frac{t^2+8t}{16}=7-\frac{t^2}{16}-\frac{8t}{16}=7-\frac{1}{16}t^2-\frac{1}{2}t\Rightarrow m'(t)=-\frac{1}{8}t-\frac{1}{2}$.

G26e $k(a)=8-(a-1)^2=8-(a^2-2a+1)=8-a^2+2a-1=-a^2+2a+7\Rightarrow k'(a)=-2a+2$.

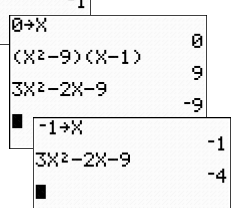
G26f $p(x)=5x-x(2x+5)(x-3)=5x-x(2x^2-6x+5x-15)$
$=5x-x(2x^2-x-15)=5x-2x^3+x^2+15x=-2x^3+x^2+20x\Rightarrow p'(x)=-6x^2+2x+20$.

G27a $f(x)=(x^2-9)(x-1)=x^3-x^2-9x+1\Rightarrow f'(x)=3x^2-2x-9$.
$f(2)=(4-9)(2-1)=-5\cdot 1=-5$ en $f'(2)=\text{rc}_k=3\cdot 2^2-2\cdot 2-9=12-4-9=-1$.
k: $y=-x+b$ door $A(2,\ -5)\Rightarrow -5=-2+b\Rightarrow -3=b$. Dus k: $y=-x-3$.



G27b $f(0)=(0-9)(0-1)=-9\cdot -1=9$ en $f'(0)=\text{rc}_k=3\cdot 0^2-2\cdot 0-9=-9$.
m: $y=-9x+b$ door $B(0,\ 9)\Rightarrow 9=-9\cdot 0+b\Rightarrow 9=b$. Dus m: $y=-9x+9$.

G27c $f'(-1)=\text{rc}_{\text{raaklijn}}=3\cdot(-1)^2-2\cdot -1-9=3+2-9=-4\neq 0\Rightarrow$ de raaklijn in C is niet horizontaal.



G28a $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+1 \Rightarrow f'(x)=x^2-x-2$. ($A$ ligt op de y-as $\Rightarrow x_A=0$)

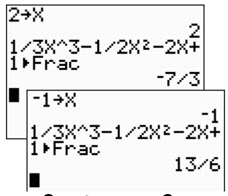
$f(0)=\frac{1}{3}\cdot 0^3-\frac{1}{2}\cdot 0^2-0+1=0-0-0+1=1$ en $f'(0)=rc_k=0^2-0-2=0-0-2=-2$.

k: $y=-2x+b$ door $A(0,1) \Rightarrow 1=-2\cdot 0+b \Rightarrow 1=b$. Dus k: $y=-2x+1$.

G28b Raaklijn horizontaal $\Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x^2-x-2$ (zie G28a) $=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \Rightarrow x=2$ of $x=-1$.

$f(2)=\frac{1}{3}\cdot 2^3-\frac{1}{2}\cdot 2^2-2\cdot 2+1=\frac{8}{3}-\frac{4}{2}-4+1=2\frac{2}{3}-2-4+1=-2\frac{1}{3} \Rightarrow$ punt $(2,\ -2\frac{1}{3})$.

$f(-1)=\frac{1}{3}\cdot(-1)^3-\frac{1}{2}\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)+1=-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2+1=-\frac{2}{6}-\frac{3}{6}+3=2\frac{1}{6} \Rightarrow$ punt $(-1,\ 2\frac{1}{6})$.



G28c Raaklijnen evenwijdig met $l \Rightarrow f'(x)=4 \Rightarrow x^2-x-2=4 \Rightarrow x^2-x-6=0 \Rightarrow (x-3)(x+2)=0 \Rightarrow x=3$ of $x=-2$.

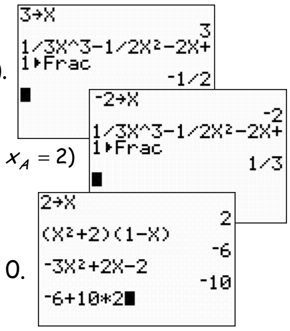
$x=3 \Rightarrow f(3)=\frac{1}{3}\cdot 3^3-\frac{1}{2}\cdot 3^2-2\cdot 3+1=\frac{27}{3}-\frac{9}{2}-6+1=9-4\frac{1}{2}-5=-\frac{1}{2} \Rightarrow B(3,\ -\frac{1}{2})$.

$x=-2 \Rightarrow f(-2)=\frac{1}{3}\cdot(-2)^3-\frac{1}{2}\cdot(-2)^2-2\cdot(-2)+1=-\frac{8}{3}-\frac{4}{2}+4+1=-2\frac{2}{3}-2+5=\frac{1}{3} \Rightarrow C(-2,\ \frac{1}{3})$.

G29a $f(x)=(x^2+2)(1-x)=x^2-x^3+2-2x=-x^3+x^2-2x+2 \Rightarrow f'(x)=-3x^2+2x-2$. ($A$ met $x_A=2$)

$f(2)=(2^2+2)(1-2)=6\cdot -1=-6$ en $f'(2)=rc_k=-3\cdot 2^2+2\cdot 2-2=-12+4-2=-10$.

k: $y=-10x+b$ door $A(2,\ -6) \Rightarrow -6=-10\cdot 2+b \Rightarrow 14=b$. Dus k: $y=-10x+14$.



G29b Raaklijn evenwijdig met $k \Rightarrow f'(x)=-10 \Rightarrow -3x^2+2x-2$ (zie G29a) $=-10 \Rightarrow -3x^2+2x+8=0$.

$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot -3\cdot 8=4+96=100$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{100}}{2\cdot -3}=\frac{-2\pm 10}{-6}$

$x=\frac{-2+10}{-6}=\frac{8}{-6}=-\frac{4}{3}=x_B \ \vee\ x=\frac{-2-10}{-6}=\frac{-12}{-6}=2=x_A$.

G30a $s(t)=0{,}06t^3+1{,}2t^2 \Rightarrow s'(t)=v(t)=0{,}18t^2+2{,}4t$.

Op $t=4$ is de snelheid $v(4)=0{,}18\cdot 4^2+2{,}4\cdot 4=12{,}48$ (m/s).

Op $t=6$ is de snelheid $v(4)=0{,}18\cdot 6^2+2{,}4\cdot 6=20{,}88$ (m/s).

G30b 100 km/uur is $100\cdot\frac{1000}{60\cdot 60}=\frac{250}{9}$ m/s

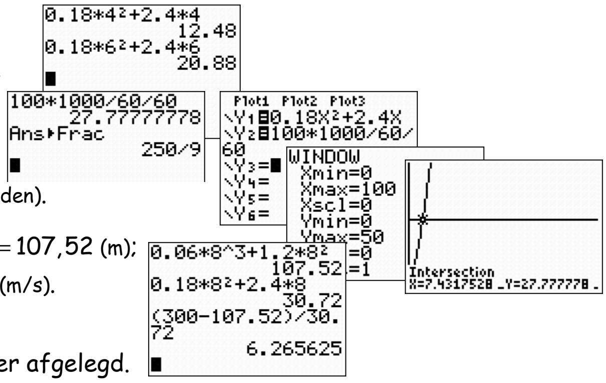
$s'(t)=v(t)=0{,}18t^2+2{,}4t=\frac{250}{9}$ (intersect) $\Rightarrow t\approx 7{,}43$ (seconden).

G30c Na 8 seconden is de afgelegde weg $s(8)=0{,}06\cdot 8^3+1{,}2\cdot 8^2=107{,}52$ (m);

en de snelheid is dan $s'(8)=v(8)=0{,}18\cdot 8^2+2{,}4\cdot 8=30{,}72$ (m/s).

$107{,}52+30{,}72\cdot t=300 \Rightarrow t=\frac{300-107{,}52}{30{,}72}\approx 6{,}3$ (sec).

Dus na ongeveer $8+6{,}3=14{,}3$ sec. heeft de motor 300 meter afgelegd.

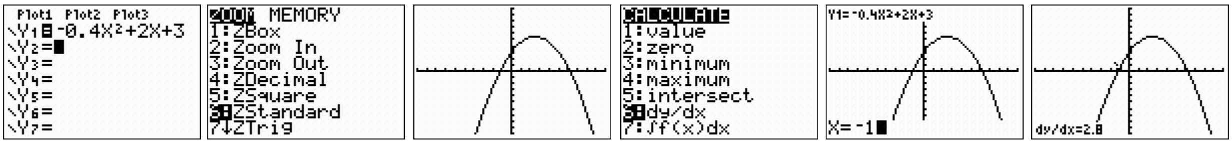


TI-84 4. Richtingscoëfficiënt van raaklijn

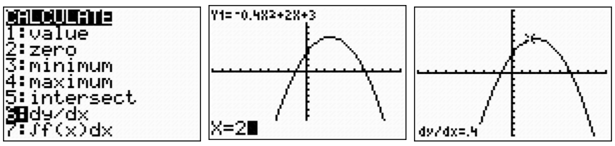
1a Plot de grafiek op $[-10,10]\times[-10,10]$.

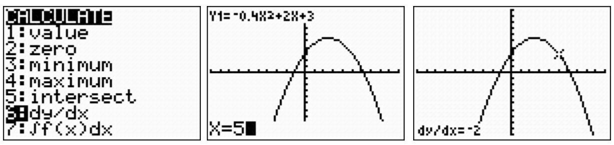
Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] en dan [(-)] [1] [ENTER] $\Rightarrow$ rc van de raaklijn aan de grafiek van f in A is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1}=2{,}8$.

Kies opnieuw [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [2] [ENTER] $\Rightarrow$ rc van de raaklijn aan de grafiek van f in B is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2}=0{,}4$.

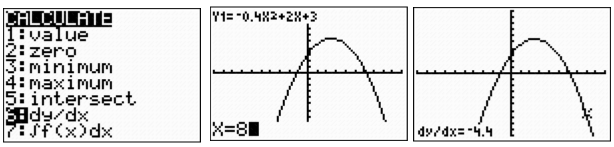


1b Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [5] [ENTER] $\Rightarrow$ snelheid waarmee f verandert voor $x=5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5}=-2$. (zie hieronder)





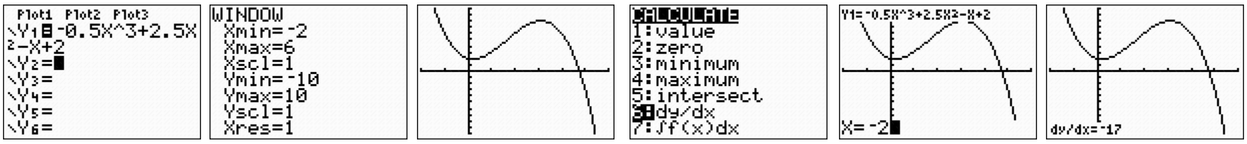
1c Kies weer [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [8] [ENTER] (zie hiernaast) $\Rightarrow$ de helling van de grafiek in $x=8$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=8}=-4{,}4$.



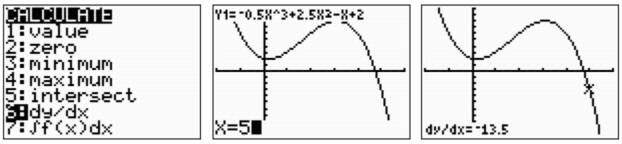
2ab Zie de plot op $[-2, 6] \times [-10, 10]$ hiernaast.

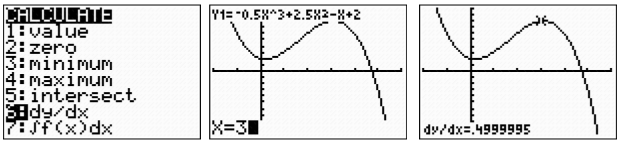
Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [(-)] [2] [ENTER] $\Rightarrow$ rc van de raaklijn aan de grafiek van g in P is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-2} = -17$.

Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [5] [ENTER] $\Rightarrow$ rc van de raaklijn aan de grafiek van g in Q is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5} = -13{,}5$.

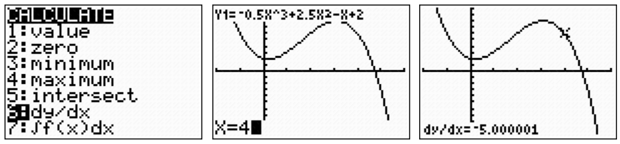


2c Kies [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [3] [ENTER] $\Rightarrow$ snelheid waarmee g verandert voor $x = 3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = 0{,}5$. (zie hieronder)



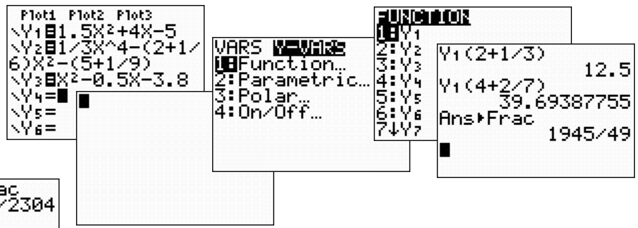


2d Kies weer [2nd] [TRACE] (=[CALC]) [6] [4] [ENTER] (zie hiernaast) $\Rightarrow$ de helling van de grafiek in $x = 4$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} = -5$.



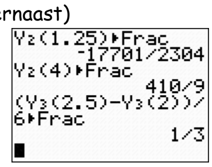
TI-84 5. Functie en hellinggrafiek

1a $f(2\frac{1}{3}) = 12\frac{1}{2}$ en $f(4\frac{2}{7}) = \frac{1945}{49}$. (zie hiernaast)
(Y1 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [ENTER];
omzetten naar een breuk gaat met [MATH] [ENTER] [ENTER])

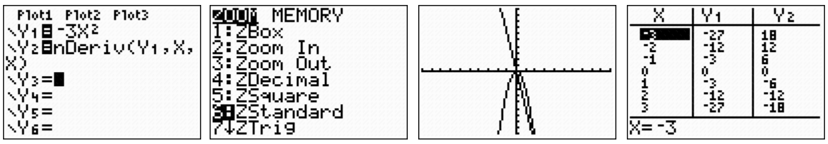


1b $g(1{,}25) = -\frac{17701}{2304}$ en $g(4) = \frac{410}{9}$. (zie hiernaast)
(Y2 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [2])

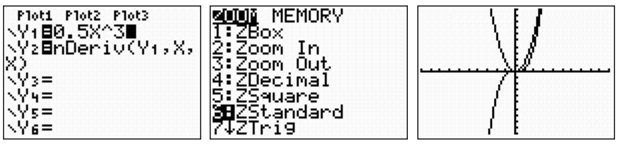
1c $\frac{h(2\frac{1}{2}) - h(2)}{6} = \frac{1}{3}$. (zie hiernaast)
(Y3 krijg je met [VARS] [▸] [ENTER] [3])



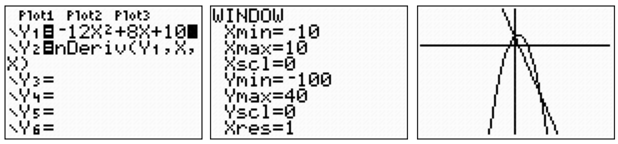
2a Zie de plot hieronder. (nDeriv krijg je met [MATH] [8]; en [,] is de toets boven [7])



2b Zie de plot hieronder.



2c Zie de plot hieronder.



3a $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = \text{nDeriv}(x^2, x, 3) = 6$.

3b $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5} = \text{nDeriv}(-x^2 + 3x, x, 5) = -7$.

3c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-1} = \text{nDeriv}(0{,}5x^3 - 4x^2 + 8x; x; -1) = 17{,}5$.